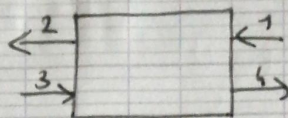


THERMO
EX. 4 / P. 67

systr échangeur



→ Thermoclastique

→ adiabatique

→ avert 2 entrées
2 sorties

→ Régime stationnaire

→ $E_c \ll 0$ et $E_p \ll 0$

$$\underbrace{\dot{m}_1 + \dot{m}_3}_{\text{entrant}} = \dot{m}_2 + \dot{m}_4$$

on néglige donc les $E_p, E_c, \dot{W}_p$ et $\dot{W}_u, \dot{Q}$
adiabatique

ainsi :

$$(\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_4 h_4) - (\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3) = 0$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_{CH_4}$$

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_4 = \dot{m}_{H_2O}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{CH_4} (h_2 - h_1) + \dot{m}_{H_2O} (h_4 - h_3) = 0$$

Ex 6 / p. 71

C_3H_8	O_2	CO_2	H_2O	
1	5	0	0	EI
0	0	3	4	EF

$\Delta H = Q = 0$
EI : 1 mol de C_3H_8 , 5 mol de O_2 , $T_i = 25^\circ C$, P_i
EF : 3 mol de CO_2 , 4 mol de H_2O , $T_p = ?$, P_i

ΔH_1

ΔH_2

E2 : T_i , 3 mol de CO_2 , 4 mol de H_2O

$$\Delta H_1 + \Delta H_2 = \Delta H = 0$$

$$\Delta H_1 = \sum \Delta_{i,H} (25^\circ C, P)$$

$$\Delta H_2 = \int_{T_i}^{T_p} \sum n_i c_{p,i} dT = \int_{T_i}^{T_p} (n_{CO_2} \cdot c_{p,CO_2} + n_{H_2O} \cdot c_{p,H_2O}) dT$$

$$T_f = 8167 K$$

p. 76-Ex. 7

$$\delta Q = dH$$

$$dS = dH = n \cdot c_p \cdot dT$$

$$\Rightarrow H = \int (A + BT) dT$$

$$= (T_f - T_i) + \left[\frac{BT^2}{2} \right]_{T_i}^{T_f}$$

$$= T_f - T_i + \frac{B \cdot T_f^2}{2} - \frac{B \cdot T_i^2}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad dS = \frac{dh}{T} \Rightarrow s_4 - s_3 = \int_{T_3}^{T_4} c_{p, \text{mean}} \frac{dT}{T} = c_{p, \text{mean}} \ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right)$$

$$\textcircled{1} \quad dS = \frac{dh}{T} \Rightarrow s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} (a + bT) \frac{dT}{T} = a \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + b(T_2 - T_1)$$

$$\textcircled{3} \quad \dot{m}_2 s_2 + \dot{m}_4 s_4 - \dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_3 s_3 - \frac{Q}{T_s} = \dot{\sigma}$$

$$\dot{m}_{\text{air}} [s_4 - s_3] + \dot{m}_{\text{CH}_4} [s_2 - s_1] = \dot{\sigma}$$

$$= 308,26 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad - 10,91 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\Rightarrow \dot{\sigma} = 51,77 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$= \text{W} \cdot \text{K}^{-1}$$

THERMO Exercice A-1

BLOC 1
1

$$\textcircled{a} \delta Q_{\text{rev}} = \frac{5}{2} P \cdot dV + \frac{3}{2} V \cdot dP$$

δ : forme différentiel
 d : différentiel

Si dQ_{rev} est une différentielle :

$$dQ_{\text{rev}} = \left(\frac{\partial Q}{\partial V} \right)_P dV + \left(\frac{\partial Q}{\partial P} \right)_V dP$$

Par identification :

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial V} \right)_P = \frac{5}{2} P \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial P} \right)_V = \frac{3}{2} V$$

en principe: $\left(\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial Q}{\partial V} \right)_P \right)_V = \left(\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial Q}{\partial P} \right)_V \right)_P$ (égalité des dérivées croisées)

$$\left(\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial Q}{\partial V} \right)_P \right)_V = \frac{5}{2} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial Q}{\partial P} \right)_V \right)_P = \frac{3}{2}$$

ainsi les dérivées croisées ne sont pas égales.
 $\Rightarrow dQ$ n'est pas une différentielle.

δQ est une forme différentielle

$\Rightarrow Q$ n'est pas une fonction

$\Rightarrow$ sa variation dépend du chemin suivi

$$\int dQ = \Delta Q$$

$$\int \delta Q = Q$$

$$\textcircled{b} \delta Q = \frac{5}{2} P \cdot dV + \frac{3}{2} V dP$$

Intégrer δQ :

2 • Chemin ABC : décomposé en AB et BC

• AB : $\int_A^B \delta Q_{AB} = Q_{AB}$

or sur AB $P = \text{cte} = P_0 \Rightarrow dP = 0$ ainsi :

$$Q_{AB} = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{5}{2} P_0 dV$$
$$= \left[\frac{5}{2} P_0 V \right]_{V_0}^{2V_0}$$

$$Q_{AB} = \frac{5}{2} P_0 V_0$$

• BC : $\int_B^C \delta Q_{BC} = Q_{BC}$

or sur BC $V = \text{cte} = 2V_0 \Rightarrow dV = 0$ ainsi :

$$Q_{BC} = \int_{P_0}^{2P_0} \frac{3}{2} 2V_0 dP$$
$$= \left[3V_0 P \right]_{P_0}^{2P_0}$$

$$Q_{BC} = 3V_0 P_0$$

$$Q_{AB} + Q_{BC} = Q_{ABC} = P_0 V_0 \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{2} \right) = \frac{11 P_0 V_0}{2}$$

• AC : $\int_A^C \delta Q_{AC} = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{5}{2} P dV + \int_{P_0}^{2P_0} \frac{3}{2} V dP$

THERMO
BLOC 1

3

Expression de $P = p(V)$ et de $V = f(P)$
 $P = aV + b$

$$\text{avec } \boxed{a = \frac{V_b - V_A}{x_b - x_A} = \frac{2P_0 - P_0}{2V_0 - V_0} = \frac{P_0}{V_0}}$$

$$P = \frac{P_0}{V_0} V + b$$

$$P_{\text{an}}(V_0; P_0)$$

$$\frac{P_0 V_0}{V_0} + b = P_0 \Rightarrow b = 0$$

$$\text{ainsi : } \boxed{P = \frac{P_0}{V_0} V} \Rightarrow \boxed{V = \frac{V_0 P}{P_0}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_A^C \delta Q_{AC} &= \int_{V_0}^{2V_0} \frac{5}{2} \cdot \frac{P_0}{V_0} V dV + \int_{P_0}^{2P_0} \frac{3}{2} \cdot \frac{V_0 P}{P_0} dP \\ &= \left[\frac{5P_0}{4V_0} V^2 \right]_{V_0}^{2V_0} + \left[\frac{3V_0}{4P_0} P^2 \right]_{P_0}^{2P_0} \\ &= \frac{5P_0}{4V_0} (4V_0^2 - V_0^2) + \frac{3V_0}{4P_0} (4P_0^2 - P_0^2) \\ &= \frac{15P_0}{4V_0} V_0^2 + \frac{9V_0}{4P_0} P_0^2 \\ &= \frac{15P_0}{4} V_0 + \frac{9V_0 P_0}{4} \\ &= P_0 V_0 \left(\frac{15}{4} + \frac{9}{4} \right) \\ &= P_0 V_0 \left(\frac{24}{4} \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\int_A^C \delta Q_{AC} = 6P_0 V_0}$$

4

$$\text{on : } P = \frac{P_0}{V_0} V \Rightarrow \frac{dP}{dV} = \frac{P_0}{V_0} \Rightarrow dP = \frac{P_0}{V_0} dV$$

$$\Rightarrow \int_A^C \delta Q_{AC} = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{P_0}{2} dV + \int_{V_0}^{2V_0} \frac{3}{2} V \cdot \frac{P_0}{V_0} dV$$

$$\delta Q = \frac{P_0}{2} dV + \frac{3}{2} V \frac{P_0}{V_0} dV$$

$$= 4 \frac{P_0}{V_0} V dV$$

$$\int_n^c \delta Q = \int_{V_0}^{2V_0} 4 \frac{P_0}{V_0} V dV$$

$$= \left[2 \frac{P_0}{V_0} V^2 \right]_{V_0}^{2V_0}$$

$$= 2 P_0 \cdot 3 V_0$$

$$= 6 P_0 V_0$$

3^e méthode : $\int_n^c \delta Q_{AC} = \int_n^c \left(\frac{P_0}{2} dV + \frac{3}{2} V dP \right)$

$\Rightarrow Q_{ABC} \neq Q_{AC}$
 $= \frac{11}{2} P_0 V_0 \quad = 6 P_0 V_0$
 $\Rightarrow Q$ n'est pas une fonction d'état car il dépend du chemin suivi.

⊙ $g(P) =$ fonction de la variable P tel que le produit de cette fonction par δQ soit une différentielle (dJ).

$$dJ \text{ différentielle : } dJ = \left(\frac{\partial J}{\partial V} \right)_P dV + \left(\frac{\partial J}{\partial P} \right)_V dP$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial J}{\partial V} \right)_P \right)_V = \left(\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial J}{\partial P} \right)_V \right)_P$$

THERMO
BLOC 1
5

$$dJ = g(P) \cdot \delta Q$$

$$dJ = \frac{5}{2} P g(P) dV + \frac{3}{2} V g(P) dP$$

Par identification :

$$\begin{cases} \frac{\delta J}{\delta V} = \frac{5}{2} P \cdot g(P) \\ \frac{\delta J}{\delta P} = \frac{3}{2} V \cdot g(P) \end{cases}$$

$$\frac{\delta}{\delta P} \left(\frac{5}{2} P \cdot g(P) \right)_V = \frac{5}{2} \left(g(P) + \frac{\delta g(P)}{\delta P} \cdot P \right)$$

$$\frac{\delta}{\delta V} \left(\frac{3}{2} V \cdot g(P) \right)_P = \frac{3}{2} g(P) \cdot \frac{\delta V}{\delta V} \stackrel{!}{=}$$

ainsi :

$$\frac{3}{2} g(P) = \frac{5}{2} g(P) + \frac{5}{2} P \frac{\delta g(P)}{\delta P}$$

$$0 = 2g(P) + 5P g'(P)$$

$$5P g'(P) + 2g(P) = 0 \quad \text{irrésoluble car non linéaire}$$

↳ par des simples PPA.

$$\frac{dg(P)}{g(P)} = -\frac{2}{5} \frac{dP}{P} \quad \leftarrow \text{on s'arrange pour avoir les d... au numérateur par primitives}$$

$$\ln g(P) = -\frac{2}{5} \ln P + \text{cte} \quad \text{"ln K"}$$

$$\ln g(P) = \ln P^{-2/5} + \ln K$$

$$\Leftrightarrow \ln g(P) = \ln K P^{-2/5}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{g(P) = K P^{-2/5}}$$

6

d)

$$dJ = g(p) \cdot \overbrace{\delta Q_{rev}}^{= \frac{5}{2} P \cdot dV + \frac{3}{2} V \cdot dP}$$

$$\Rightarrow dJ = \frac{5}{2} K P^{3/5} \cdot dV + \frac{3}{2} V K P^{-2/5} \cdot dP$$

Chemin ABC :

$$\Delta_{AB}^R J = \int_A^B \overbrace{dJ}^{AB} = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{5}{2} K P^{3/5} \cdot dV = \frac{5}{2} K P_0^{3/5} \cdot V_0$$

$$dP = 0 \text{ avec } P = P_0.$$

BC

$$dV = 0 \text{ avec } V = 2V_0$$

$$\begin{aligned} \int_B^C dJ &= \Delta_{BC}^C J = \int_{P_0}^{2P_0} \frac{3}{2} \cdot 2V_0 K P^{-2/5} \cdot dP \\ &= \int_{P_0}^{2P_0} 3V_0 K P^{-2/5} \cdot dP \\ &= \left[3 \times \frac{1}{3/5} V_0 K P^{3/5} \right]_{P_0}^{2P_0} \\ &= 5V_0 K \left[(2P_0)^{3/5} - P_0^{3/5} \right]_{P_0}^{2P_0} \\ &= 5V_0 K P_0^{3/5} (2^{3/5} - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{AB}^R J + \Delta_{BC}^C J &= \Delta_{ABC}^R J = \frac{5}{2} K P_0^{3/5} V_0 + 5V_0 K P_0^{3/5} (2^{3/5} - 1) \\ &= \frac{5}{2} K P_0^{3/5} V_0 (1 + 2 \times 2^{3/5} - 2) \\ &= \frac{5}{2} K P_0^{3/5} V_0 (2^{8/5} - 1) \end{aligned}$$

THERMO
BLOC 1

7

chemin AC : $dJ = \frac{5}{2} K P^{3/5} dV + \frac{3}{2} V K P^{-2/5} dP$

$P = \frac{P_0}{V_0} V$ (Equation de la droite AC)
expression $dJ = f(P)$.

$\rightarrow V = \frac{P \cdot V_0}{P_0} \Rightarrow \frac{dV}{dP} = \frac{V_0}{P_0} \Rightarrow dV = \frac{V_0}{P_0} dP$

$dJ = \frac{5}{2} K P^{3/5} \cdot \frac{V_0}{P_0} dP + \frac{3}{2} P \frac{V_0}{P_0} K P^{-2/5} dP$

$= \frac{5}{2} K P^{3/5} \frac{V_0}{P_0} dP + \frac{3}{2} \frac{V_0}{P_0} K P^{3/5} dP$

$= \frac{4 \cdot K \cdot P^{3/5} \cdot V_0 \cdot dP}{P_0}$

$\int_A^C dJ = \Delta_A^C J = \int_{P_0}^{2P_0} \frac{4 K P^{3/5} \cdot V_0}{P_0} dP = \frac{4 K V_0}{P_0} \cdot \frac{5}{8} [P^{8/5}]_{P_0}^{2P_0}$

$= \frac{K V_0}{P_0} \cdot \frac{5}{2} [(2P_0)^{8/5} - P_0^{8/5}]$

$= \frac{K V_0}{P_0} \cdot \frac{5}{2} (2^{8/5} - 1)$

$\Delta_{AC} J = \frac{5}{2} K V_0 P_0^{3/5} (2^{8/5} - 1)$

$\Rightarrow$ variat^o de J ne dépend pas du chemin suivi $\Rightarrow$ J est une fonction d'état.

② $\ln p(v) = \frac{2}{3} \ln v + \ln k$
 $\Rightarrow f(v) = K V^{2/3}$

Exercice A-2

① si les dérivées croisées de dV sont égales, alors dV est une différentielle de fonction.

$$\left(\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial dV}{\partial T} \right)_P \right)_T = \left(\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{R}{P} + \frac{a}{T^2} \right) \right)_T = -\frac{R}{P^2}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial dV}{\partial P} \right)_T \right)_P = \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(-\frac{RT}{P^2} \right) \right)_P = -\frac{R}{P^2}$$

ainsi les dérivées croisées sont égales.

$\Rightarrow dV$ est une différentielle.

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \Delta V_{ACB} &= \int_A^C dV + \int_C^B dV \\ &= \int_{T_0}^{2T_0} \left(\frac{R}{P} + \frac{a}{T^2} \right) dT + \int_{P_0}^{3P_0} -\frac{RT}{P^2} dP \\ &= \left[\frac{RT}{P} - \frac{1}{T} \right]_{T_0}^{2T_0} + \left[\frac{RT}{P} \right]_{P_0}^{3P_0} = \frac{a}{2T_0} - \frac{RT_0}{3P_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \Delta V_{AB} &= \int_A^B -\frac{RT}{P^2} dP + \frac{R}{P} + \frac{a}{T^2} dT \\ &= \Delta_{ACB} V \end{aligned}$$

- on : c'est une différentielle, ça ne dépend donc pas du chemin parcouru.

$$\textcircled{3} \quad v = f(T, P) \quad \leftarrow dV = \left(-\frac{RT}{P^2} \right) dP + \left(\frac{R}{P} + \frac{a}{T^2} \right) dT$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT$$

$\nwarrow$ par identification.

THEMNO
BLOC 1

9

$$V = \left[\int \frac{-RT}{p^2} dp \right] + p(T)$$

$$= \left(\frac{RT}{p} + C_1 \right) + p(T)$$

$$\int \frac{-1}{u^2} = \frac{1}{u}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{p} + \frac{a}{T^2}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{p} + \frac{dp(T)}{dT}$$

$$\frac{R}{p} + \frac{a}{T^2} = \frac{R}{p} + \frac{dp(T)}{dT} \Rightarrow \frac{dp(T)}{dT} = \frac{a}{T^2}$$

$$p(T) = \frac{-a}{T} + C_2$$

$$V = \left(\int \left(\frac{R}{p} + \frac{a}{T^2} \right) dT \right) + p(p)$$

$$= \frac{R}{p} T - \frac{a}{T} + C + p(p)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = -\frac{RT}{p^2}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = -\frac{R}{p^2} \cdot T + \frac{dp(p)}{dp}$$

$$\Rightarrow \frac{dp(p)}{dp} = 0 \Rightarrow p(p) = C_1$$

$$V = \frac{R}{p} T - \frac{a}{T} + C_3$$

$$\Delta V_{AB} = V_B - V_A = V_B(2T_0, 3P_0) - V_A(T_0, P_0)$$

$$= \left(\frac{a}{2T_0} + \cancel{C} \right) - \left(\frac{R}{P_0} \cdot T_0 - \frac{a}{T_0} + \cancel{C} \right)$$

$$= -\frac{RT_0}{3P_0} + \frac{a}{2T_0} = \Delta_A^B V$$

Exercice B-1

① GP $\Rightarrow$ % volumique = % molaire.

10

$$V_{\text{molaire gaz}} = \text{cte } (0^\circ\text{C}, 1 \text{ atm}) = 22,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\% \text{ molaire}_i = x_i \times 100 \quad \text{avec } x_i = \frac{n_i}{n_{\text{tot.}}}$$

$$\text{sur } 100 \text{ g d'air} \quad m_{\text{O}_2} = 23,145 \text{ g} \Rightarrow n_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}}$$

$$n_{\text{O}_2} = \frac{23,145}{32} = 0,723$$

$$n_{\text{N}_2} = \frac{75,519}{28,013} = 2,6958$$

$$n_{\text{Ar}} = \frac{1,283}{39,948} = 3,21$$

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{0,053}{44,010} = 1,2 \times 10^{-3}$$

$$n_{\text{H}_2} = 0$$

$$\checkmark n_{\text{O}_2}, n_{\text{N}_2}, n_{\text{Ar}}, n_{\text{CO}_2}, n_{\text{H}_2}$$

$$n_T \sum n = 3,45 \text{ mol.}$$

espèce	% molaire
O ₂	21 %
N ₂	78 %
Ar	1 %
CO ₂	$\approx 0\%$
H ₂	$\approx 0\%$

$$M_{\text{air}} = \sum x_i M_i = 0,21 \times 32 + 0,78 \times 28,013 \dots = 28,96 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$P_i = x_i \cdot P \quad \sum P_i = P$$

$\uparrow$ soit 325 Pa

THERMO BLOC 1

11

$$1 \text{ bar} \approx 10^5$$

$$P_{O_2} = 0,21 \times 10^5 = 21278 \text{ Pa}$$

$$P_{N_2} = 0,78 \times 10^5 = 78033 \text{ Pa}$$

$$P_{Ar} = 0,1 \times 10^5 = 1013 \text{ Pa}$$

$$P_{CO_2} = 0 = P_{H_2}$$

$$\sum P_i = P$$

④ 1 Volume de dihydrogène par 2,5 Volume d'air.

$$M_{\text{mélange}} = \sum x_i M_i = x_{H_2} \cdot M_{H_2} + x_{\text{air}} \cdot M_{\text{air}}$$

28,96 g/mol

$$\% \text{ volumique} = \% \text{ molaire} \Rightarrow \% \text{ volume } H_2 = \frac{V_{H_2}}{V_{\text{tot}}} = \frac{1}{3,5}$$

$$x_{\text{air}} = \frac{2,5}{3,5}$$

$$M_{\text{mélange}} = \frac{1}{3,5} \times 2,016 + \frac{2,5}{3,5} \times 28,96 = 21,26 \text{ g.mol}^{-1}$$

Exercice B-2

② V_0

Air
P_0, θ_0, V_0
$x_{O_2} = 0,21$
$x_{N_2} = 0,79$

Pompe à vide

② V_0

$P < P_0, \theta_0$
$V_0 \cdot n_{\text{totale}}$
$x_{O_2} = 0,21$
$x_{N_2} = 0,79$

introduction de O_2

③ V_0

Air + O_2
P_0, θ_0, V_0
$x_{O_2}' = 0,63$
$x_{N_2}' = 0,37$
n_{totale}

$$n_{N_2} = \text{cte entre } ② \text{ et } ③$$

proportion de O_2
3x ④ grande que
dans l'air.

$$x_{N_2} = \frac{n_{N_2}}{n_{\text{tot}}}$$

$$\text{en } ② \Rightarrow n_{N_2} = x_{N_2} \cdot n_T$$

$$n_{N_2} = x_{N_2} \cdot \frac{P V_0}{R \theta_0}$$

$$\frac{P \cdot V_0}{R \cdot \theta_0}$$

$$\textcircled{3} \quad n_{N_2} = x'_{N_2} \times n_T = x'_{N_2} \cdot \frac{P_0 V_0}{R \cdot \theta_0}$$

$$\text{ou } n_{N_2} \textcircled{1} = n_{N_2} \textcircled{3} \Rightarrow x_{N_2} \times \frac{PV_0}{R\theta_0} = x'_{N_2} \frac{P_0 V_0}{R\theta_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = \frac{x'_{N_2}}{x_{N_2}} \cdot P_0}$$

$$\text{ou } P_0 = 10^5 \text{ Pa}, \quad x'_{N_2} = 0,37, \quad x_{N_2} = 0,79$$

$$\boxed{P = \frac{0,37}{0,79} \times 10^5 = 46\,835,44 \text{ Pa}}$$

Exercice B-3:

$$\textcircled{1} \quad p_0 \quad \text{grand} \quad T = T_0 \quad (z=0)?$$

$$p = \frac{m}{V} \quad \begin{matrix} \text{kg} \\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \end{matrix} \quad \leftarrow \frac{m}{V}?$$

$$\text{à } z=0, \quad P = P_0 = 1 \text{ atm} \\ T = T_0 = 15^\circ\text{C}$$

$$\text{Loi GP : } PV = nRT \quad \begin{matrix} 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15 \end{matrix}$$

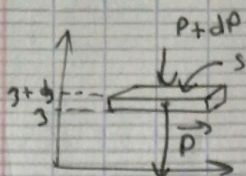
$$\uparrow \\ n = \frac{m}{M}$$

$$PV = \frac{m}{M} RT \quad p \text{ en } \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$P = \frac{m}{V} \cdot \frac{1}{M} \cdot RT \Rightarrow p = \frac{PM}{RT}$$

$$p_0 = \frac{P_0 \cdot M}{R \cdot T_0} = \frac{101325 \times 28,960 \cdot 10^{-3}}{8,315 \times (15 + 273,15)} = 1,22 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

13



$$dV = s \cdot dz$$

$$\rho = \frac{m}{dV}$$

$$\text{Pression} = \frac{\text{Force}}{\text{Surface}}$$

$$\text{Equilibre } \sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$-mg + p \cdot s - (p + dp) \cdot s = 0$$

$$-mg - dp \cdot s = 0$$

$$-p \cdot dV \cdot g - dp \cdot s = 0$$

$$-p \cdot s \cdot dz \cdot g - dp \cdot s = 0$$

$$\Rightarrow dp = -\rho \cdot g \cdot dz$$

$$\Rightarrow dp = -\frac{\rho M}{RT} g \cdot dz \Rightarrow p = p(z) ?$$

$$\int_{p_0}^p dp = \int_{z=0}^z -\frac{\rho M}{RT} g \cdot dz$$

de $-6,5^\circ\text{C} = a$.

$\rightarrow$ T varie en p de z . $T = T_0 + az$

$$\Rightarrow \int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = \int_{z=0}^z -\frac{\rho M g}{R(T_0 + az)} \cdot dz = -\frac{\rho M g}{R} \cdot \frac{1}{a} [\ln(a z + T_0)]_0^z$$

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln(ax+b)$$

$$p = p(z) =$$

$$= \ln\left(\frac{az + T_0}{T_0}\right)$$

$$[\ln p]_{p_0}^p = -\frac{\rho M g}{R \cdot a} [\ln(az + T_0) - \ln(T_0)]$$

$$\Rightarrow p = p_0 \times \left(\frac{az + T_0}{T_0}\right)^{\frac{-\rho M g}{R \cdot a}}$$

$$a = -6,5^\circ\text{C} \cdot \text{km}^{-1}$$

$$a = [\text{K/m}] \rightarrow az \text{ en K.}$$

$$a = -6,5 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$$

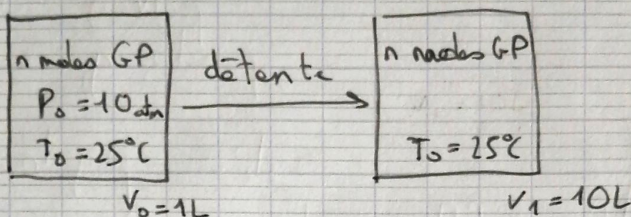
$$a = -6,5 \times 10^3 \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$$

14

z(m)	P(Pa)
0	101 325
1000	89 875
2000	
3000	

$$P = 101325 \times \left(\frac{281,65}{288,15} \right)^{-28,96 \times 10^{-5} \times 3000 / (8,314 \times 10^{-8} \times 6,5 \times 10^{-3})}$$

Exercice C-1:



① détente isotherme réversible à 25°C.
 $\downarrow$
 $T = T_0 = \text{cst}$
 $\hookrightarrow P_{\text{ext}} = P_{\text{syst}}$

$$\delta W_p = \delta W_e + \delta W_f \quad \rightarrow \quad P_{\text{syst}} = \frac{nRT_0}{V}$$

$$\delta W_p = -P_{\text{ext}} \cdot dV = -P_{\text{syst}} \cdot dV$$

$$= - \frac{nRT_0}{V} \cdot dV$$

$$W_p = -nRT_0 \int_{V_0}^{V_1} \frac{1}{V} \cdot dV$$

$$= -nRT_0 (\ln |V_1| - \ln |V_0|)$$

$$= -nRT_0 (\ln V_1 - \ln V_0)$$

$$= - \frac{PV}{RT_0} \ln \frac{V_1}{V_0} = -PV_0 \ln \frac{V_1}{V_0}$$

$$PV = nRT$$

$$n = \frac{PV}{RT}$$

$$W_p = -10 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-3} \text{ en } \frac{10 \times 10^3}{1 \times 10^3} = -2333 \text{ J}$$

15

Négatif $\Rightarrow$ système
fournit travail vers
l'extérieur

$$\delta W_e = -P_{\text{ext}} dV \Rightarrow W_e = \int_{V_0}^{V_1} -P_{\text{atm}} \cdot dV$$

$$W_e = \int_{V_0}^{V_1} -P_{\text{atm}} \cdot dV = -P_{\text{atm}} [V_1 - V_0] \quad \text{en m}^3$$

$$= -101325 \times (1 \cdot 10^{-3} - 1 \times 10^{-3})$$

$$W_e = -911,9 \text{ J}$$

Travail échangé avec l'opérateur

$$P_{\text{ext}} = \frac{F}{A} + P_e$$

$\nwarrow$ variable $\nwarrow$ $P_{\text{atm}} (\text{ct})$
 $\nwarrow$ $P_{\text{syst}} (\text{variable})$

$$\frac{nRT_0}{V} = \frac{F}{A} + P_{\text{atm}} \Rightarrow F = \left(\frac{nRT_0}{V} - P_{\text{atm}} \right) \cdot A$$

F varie en fonction de la
seule variable : V .

$$W_p = W_e + W_f$$

$$\begin{aligned} W_f &= W_p - W_e = -2333 - (-911,9) \\ &= -2333 + 911,9 \\ &= -1421,1 \text{ J} \end{aligned}$$

16

$$\sum W_p = -P_{\text{ext}} dV = -P_{\text{systeme}}^{\text{surale}} \cdot dV =$$

$$W_p = -P_g^s \int_{V_0}^{V_1} 1 \cdot dV = -P_g^s [V_1 - V_0] = (V_0 - V_1) \cdot 10^5$$

$$= 10^3 (1 - 10) \cdot 10^5$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ = 1 \text{ atm} \\ = 10^5 \end{matrix} \quad \boxed{W_p = -9 \cdot 10^2 \text{ Pa}}$$

$$W_e = - \int_{V_0}^{V_1} P_{\text{ext}} \cdot dV \Rightarrow W_e = -10^5 (V_0 - V_1) \cdot 10^5$$

$$\boxed{W_e = -9 \cdot 10^2 \text{ Pa}}$$

$$W_p = W_e \Rightarrow W_F = W_p - W_e = -911,9 + 911,9$$

$$\boxed{W_F = 0 \text{ J}}$$

$W_F = 0$ au sans calcul : il n'y a aucune forces extérieures qui rentre en compte

Chaque échange avec extérieur

Ⓐ détente isotherme réversible à 25°C

$$\Delta U = W + Q = W_p + Q$$

$\hookrightarrow W_p + W_u^{\text{red}}$ car thermoélastique

$$GP \Rightarrow \Delta U = \int_T n C_v \cdot dT \text{ or Isotherme} \Rightarrow dT = 0$$

$$= 0 \text{ car } dT = 0$$

$$\Rightarrow W_p + Q = 0 \Rightarrow Q = -W_p = 2333 \text{ J}$$

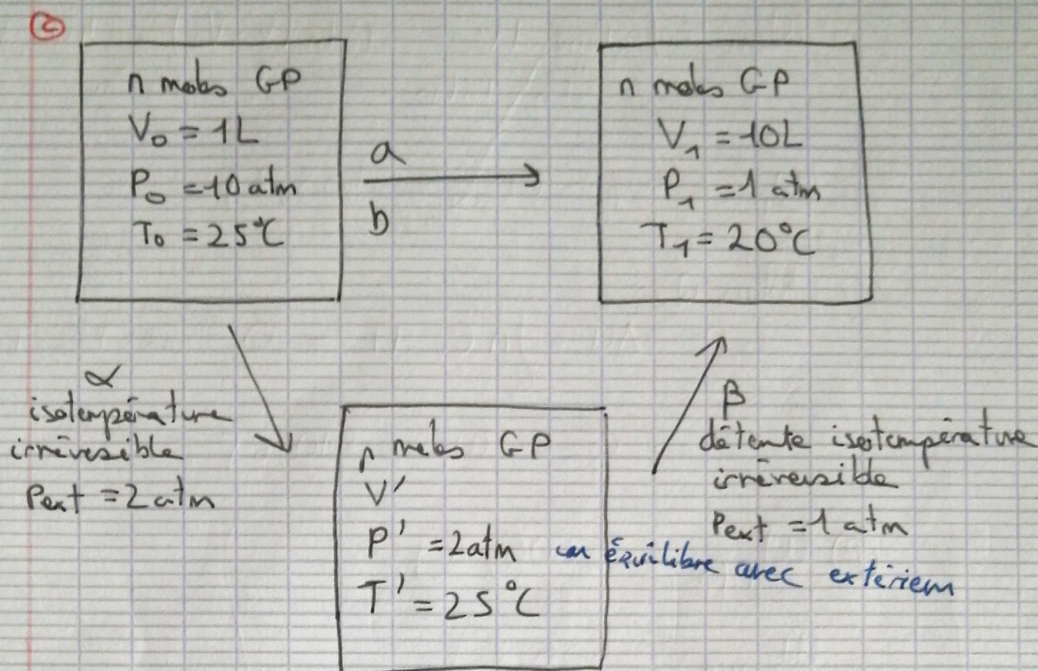
Ⓑ Détente isotherme irréversible à 25°C

$$\Delta U = W_p + Q$$

$$\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} n C_v \cdot dT \Rightarrow \Delta U = 0 \text{ car } T_i = T_f$$

$$W_p + Q = 0 \Rightarrow \boxed{Q = -W_p = 911,9 \text{ J}}$$

17



$W_p, W_e, W_r + Q$ sur α et β

$$\delta W_{p\alpha} = -P_{\text{ext}} \cdot dV$$

$$W_{p\alpha} = - \int_{V_0}^{V'} P_{\text{ext}} \cdot dV = -P_{\text{ext}} (V' - V_0)$$

$$P'V' = nRT' \Rightarrow V' = \frac{nRT'}{P'} \quad \left. \begin{array}{l} P_0V_0 = nRT_0 \\ T_0 = T' \end{array} \right\} \Rightarrow n = \frac{P_0V_0}{RT_0}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{P_0V_0}{P'}$$

$$W_{p\alpha} = -810,6\text{ J}$$

$$W_{env} = \int -P_{env} \cdot dV = -P_{atm} (V' - V_0) = -405,3 \text{ J}$$

$\begin{matrix} \nearrow 101,325 \\ \nwarrow 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\ \nearrow 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \end{matrix}$

$P_{atm} = 1 \text{ atm}$

$$W_{p\alpha} = -W_{pa} - W_{env\alpha} = -405,3 \text{ J}$$

- Chaleur Q_α :

$$GP \quad \Delta U = \int_{T_0}^{T'} n \cdot C_v \cdot dT = 0 \quad \text{car } T' = T_0$$

$$\Rightarrow Q_\alpha = -W_p = 810,6 \text{ J}$$

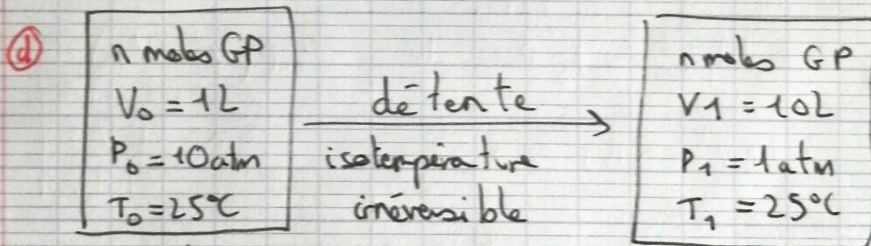
$$\textcircled{B} \quad W_{p,\beta} = -506,6 \text{ J}$$

$$W_{env,\beta} = -506,6 \text{ J}$$

$$W_{q,\beta} = 0$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_p = 506,6 \text{ J}$$

à faire à la maison



détente
adiabatique
irréversible

$n \text{ moles GP}$
$V' =$
$P' = 1 \text{ atm}$
$T' =$

Transformation
isobare

② refroidissement du gaz jusqu'à T' ,
la transformation est tellement rapide que
l'échange de chaleur ne peut pas avoir lieu (n'a pas le
temps d'avoir lieu).

19

des parois du cylindre étant parfaitement conductrices il y a un échange de chaleur avec le milieu extérieur jusqu'à atteindre $T_1 = 25^\circ\text{C}$

$$GP \Rightarrow \Delta U = \int_{T_0}^{T'} n C_v \cdot dt = n C_v (T' - T_0)$$

$$\Delta U = W_p + \cancel{Q} \rightarrow \text{adiabatique} \Rightarrow Q = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U = W_p = - \int p_{\text{ext}} \cdot dV$$

$\hookrightarrow p_{\text{ext}} = p_{\text{int}}$ car transform. irréversible

$$n C_v (T' - T_0) = - p' (V' - V_0)$$

$\uparrow$
calculé avec

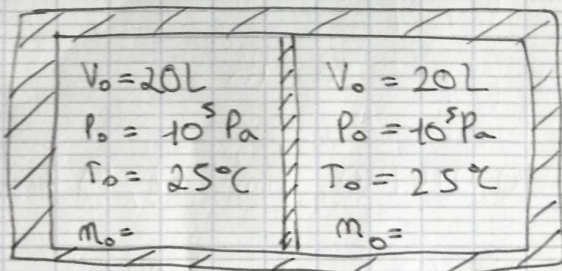
$$n = \frac{p_0 V_0}{R T_0}$$

$$V' = \frac{n R T'}{p_0} = 7,428 \text{ L}$$

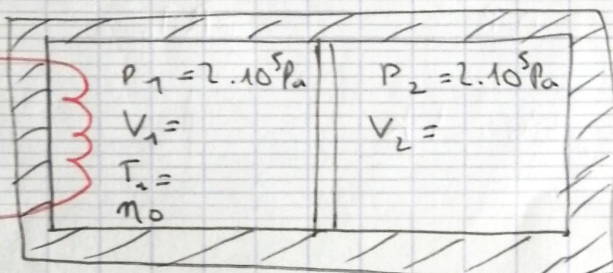
$$C_p - C_v = R \quad C_p = 3,5 \Rightarrow C_v = 2,5 R$$

$$\Rightarrow T' = 221,48$$

Exercice C-2 :



résistance



20

- piston isolant = pas d'échange de chaleur entre les 2 compartiments.

- $V_{\text{rigide}} = V_{\text{constant total}}$

- Chauffage très lent $\Rightarrow$ réversible.

compartiment de

- Droite $\rightarrow$ compression adiabatique.

laplace $PV^\gamma = \text{cte}$ et $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

$\hookrightarrow$ transformation adiabatique réversible à G.P.

$$\text{et } C_p - C_v = R$$

À droite: $P_0 V_0^\gamma = P_2 V_2^\gamma$

$$V_2 = \left(\frac{P_0}{P_2} \right)^{1/\gamma} \times V_0$$

$$C_p = \frac{7}{2} R \Rightarrow \gamma = \frac{7}{5}$$

$$V_2 = \left(\frac{10^5}{2 \cdot 10^5} \right)^{5/7} \times 20 \cdot 10^{-3}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \right)^{5/7} \cdot 20 \cdot 10^{-3}$$

$$= 0,012190,14 \text{ m}^3 = 12,19 \text{ L}$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{n R} \quad \text{et } n = \frac{P_0 V_0}{R T_0} = 0,8068 \text{ mol.}$$

$$T_2 = 363,1 \text{ K}$$

21

1) gauche :

$$P_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

$$V_1 = V_{\text{tot}} - V_2 = 40 - 12,19 = 27,81 \text{ L.}$$

$$(V_{\text{tot}} = \text{cte} = V_1 + V_2).$$

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR}$$

② W compartiment de droite : adiabatique.
1^{re} méthode : $\Delta U = W_p + \vec{\delta}$ et $W = W_p + W_u^0$.

$$= \int_{T_0}^{T_2} nCV \cdot dT$$

$$= nCV(T_2 - T_0)$$

$$= 1095 \text{ J.}$$

2^e méthode : $\delta W = -P_{\text{ext}} \cdot dV$

↑
Pression compartiment de gauche.
" "
Pression compartiment de droite.

↙
 $PV^\gamma = \text{cte}$

$$PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma$$

$$P = \frac{P_0 V_0^\gamma}{V^\gamma}$$

$$\begin{aligned} \delta W &= - \int_{V_0}^{V_2} P_0 V_0^\gamma V^{-\gamma} dV = \left[\frac{P_0 V_0^\gamma V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right]_{V_0}^{V_2} = \frac{P_0 V_0^\gamma}{-\gamma+1} \left[V^{-\gamma+1} \right]_{V_0}^{V_2} \\ &= \frac{1}{\gamma+1} \left[P_0 V_0^\gamma V_2^{-\gamma+1} - P_0 V_0 V_0^{-\gamma+1} \right] = 1095 \text{ J} \end{aligned}$$

22

③ On considère les deux compartiments :

$$W_{\text{total}} = 0$$

$$\delta W = -P_{\text{ext}} \cdot dV \Rightarrow dV = 0 \text{ (cylindre rigide).}$$

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

$$= Q_1 + Q_2 + W_{\text{totale}} \rightarrow 0$$

$$= \int_{T_0}^{T_1} n C_v \cdot dT + \int_{T_0}^{T_2} n \cdot C_v \cdot dT$$

$$= 10 \text{ 000 J}$$

BLOC 2 D-1:

1 ① * Ecriture du bilan des écoulements stationnaires. (BES)

$$\sum \dot{m}_s (h_s + \frac{w_s^2}{2} + g z_s) - \sum \dot{m}_e (h_e + \frac{w_e^2}{2} + g z_e) = \dot{W}_p + \dot{W}_a + \dot{Q}$$

$\swarrow \searrow$
 $J.s^{-1}$

* Hypothèses / simplifications :

- $\Delta E_p = 0$
- $\sum \dot{m}_s = \sum \dot{m}_e$ car régime stationnaire
 $\hookrightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 + \dot{m}_4$
- $\dot{W}_a = 0$ car thermoélastique car que des travaux mécaniques.
- $\dot{Q} = -350 \text{ kW} = -350 \cdot 10^3 \text{ W} \leftarrow w = J.s^{-1}$

$$* \Rightarrow \dot{W}_F = \sum \dot{m}_s (h_s + \frac{w_s^2}{2}) - \sum \dot{m}_e (h_e + \frac{w_e^2}{2}) - \dot{Q}$$

* listes entrées / sortie :

- entrée : ①
- sortie : ②, ③, ④

$$\dot{W}_F = \dot{m}_2 (h_2 + \frac{w_2^2}{2}) + \dot{m}_3 (h_3 + \frac{w_3^2}{2}) + \dot{m}_4 (h_4 + \frac{w_4^2}{2}) - \dot{m}_1 (h_1 + \frac{w_1^2}{2}) - \dot{Q}$$

AN: $\dot{W}_F =$

1299	·	(2518,7 · 10 ³ + 270 ² /2)
+ 107	·	(2610,5 · 10 ³ + 100 ² /2)
+ 13	·	(167,6 · 10 ³ + 2 ² /2)
- 1419	·	(2775,3 · 10 ³ + 150 ² /2)
- 350 · 10 ³		
= - 349,76 MW		

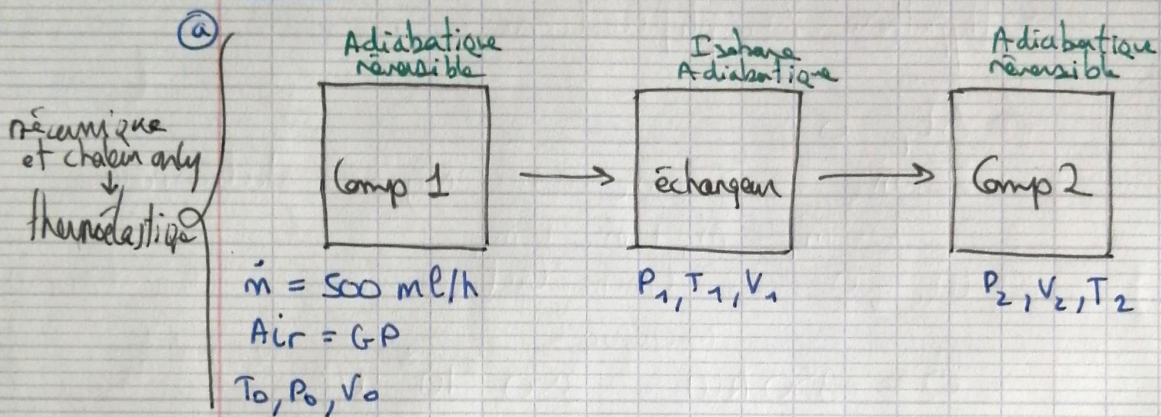
2 ② on refait le calcul sans les $\frac{w}{z}$.

$$\dot{W}_{f, \text{main précis}} = -381,6 \text{ MW}$$

$$E_{\text{cart}} (\%) = \left| \frac{381,6 - 349,76}{349,76} \right| \times 100 \approx 9,2\%$$

↑
-10% donc acceptable

D-2 :



$$\dot{W}_f + \dot{W}_u + \dot{Q} = \sum \dot{m}_s (h_s + \frac{w_s^2}{2}) - \sum \dot{m}_e (h_e + \frac{w_e^2}{2})$$

$$\dot{W}_f = \dot{m} (h_s - h_e) \quad \text{car } \dot{m}_s = \dot{m}_e \text{ car stationnaire.}$$

$$\begin{aligned} \text{GP: } \Delta \dot{H} &= \int_{T_0}^{T_1} \dot{m} \cdot C_p \cdot dT \\ &= \int_{T_0}^{T_1} \underbrace{\dot{m}}_{\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}} \cdot \underbrace{C_p}_{\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}} \cdot dT \end{aligned}$$

$$\Delta \dot{H} = \dot{m} \cdot \underbrace{C_p (T_1 - T_0)}_{\Delta h} \quad \text{avec } \Delta h = \frac{\Delta H}{\dot{m}}$$

$$\Delta \dot{H} = \dot{n} \Delta h$$

BLOC 2
3

$$\dot{n} C_{p,air} (T_1 - T_0) = \dot{W}_P = \frac{500}{3600} \times 29,1 \times (460 - 300)$$

$$\dot{m}(h_1 - h_0) = \dot{W}_P = 404,17 \text{ W}$$

$$\dot{W}_F = \dot{W}_{F_1} + \dot{W}_{F_2} = \dot{n} C_{p,air} (T_1 - T_0) + \dot{n} C_{p,air} (T_2 - T_0)$$

$$\textcircled{b} \quad x = \frac{P_2}{P_0} \quad ; \quad y = \frac{P_1}{P_0}$$

Arbre Δ : $PV^\gamma = \text{cst} \Rightarrow P_0 V_0^\gamma = P_1 V_1^\gamma$

$$P_0 \left(\frac{nRT_0}{P_0} \right)^\gamma = P_1 \left(\frac{nRT_1}{P_1} \right)^\gamma$$

$$T_1^\gamma = \frac{P_0}{P_1} \cdot \left(\frac{T_0}{P_0} \right)^\gamma \cdot P_1^\gamma$$

$$T_1 = \left(\frac{P_0}{P_1} \cdot \left(\frac{T_0 \cdot P_1}{P_0} \right)^\gamma \right)^{1/\gamma}$$

$$T_1 = \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{T_0 P_1}{P_0} = y^{1/\gamma} \cdot T_0 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{-1}$$

$$\boxed{T_1 = y^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T_0}$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow T_2 = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T_0$$

$$\Rightarrow T_2 = \left(\frac{y}{x} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_0$$

$$\Rightarrow \dot{W}_P = \dot{n} C_{\text{pair}} (T_1 + T_2 - 2T_0)$$

$$= \dot{n} C_{\text{pair}} \cdot T_0 \left(y^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \left(\frac{x}{y} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 2 \right)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \text{ et } C_p - C_v = R \Rightarrow C_v = C_p - R$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p - R} \Rightarrow \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{\frac{C_p}{C_p - R} - 1}{\frac{C_p}{C_p - R}} = \frac{R}{C_p}$$

$$\Rightarrow \dot{W}_F = \dot{n} \cdot C_{\text{pair}} \cdot T_0 \left(y^{\frac{R}{C_p}} + \left(\frac{x}{y} \right)^{\frac{R}{C_p}} - 2 \right)$$

$$\textcircled{3} \frac{d\dot{W}_F}{dy} = 0$$

$$\frac{d\dot{W}_F}{dy} = \dot{n} \cdot C_{\text{pair}} \cdot T_0 \left[\frac{R}{C_p} y^{\frac{R}{C_p}-1} - \frac{R x^{\frac{R}{C_p}}}{C_p} y^{-\frac{R}{C_p}-1} \right]$$

$\boxed{\neq 0} \Rightarrow \boxed{= 0}$

$$\frac{R}{C_p} y^{\frac{R}{C_p}-1} - \frac{R}{C_p} x^{\frac{R}{C_p}} y^{-\frac{R}{C_p}-1} = 0$$

$$y^{\frac{R}{C_p}-1} - x^{\frac{R}{C_p}} y^{-\frac{R}{C_p}-1} = 0$$

$$y^{\frac{R-C_p}{C_p}} = x^{\frac{R}{C_p}} y^{-\frac{R-C_p}{C_p}}$$

$$\frac{y^{\frac{R-C_p}{C_p}}}{y^{-\frac{R-C_p}{C_p}}} = x^{\frac{R}{C_p}}$$

$$y^{\frac{2R}{C_p}} = x^{\frac{R}{C_p}} \Rightarrow y^2 = x^R$$

$$\Rightarrow y^2 = x$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \sqrt{x}}$$

BLOC 2
5

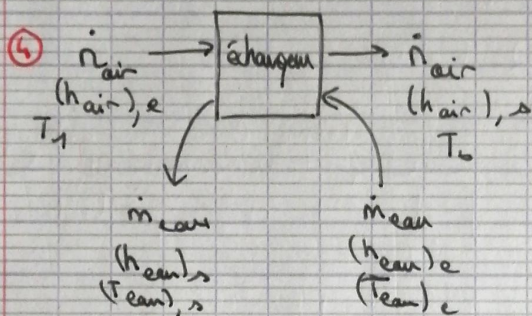
Pour $x=10$, $y=\sqrt{10}$

$$\dot{W}_P = \dot{n} \cdot C_{\text{air}} \cdot T_0 \left(y^{\frac{R}{C_p}} + \left(\frac{x}{y} \right)^{\frac{R}{C_p}} - 2 \right)$$

avec $y = \sqrt{10}$, $\dot{n} = \frac{500}{3600}$, $T_0 = 300$, $\frac{R}{C_p} = \frac{8,3145}{4180}$

Faux
erreur
normaliser: 947,5 W

$$\dot{W}_P = \frac{500}{3600} \cdot 29,1 \cdot 300 \left(\sqrt{10}^{\frac{8,3145}{4180}} + \left(\frac{10}{\sqrt{10}} \right)^{\frac{8,3145}{4180}} - 2 \right)$$



BES (bilan des écoulements stationnaires) :

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{\text{total}} &= \dot{m}_s^{\text{eau}} h_s^{\text{eau}} + \dot{n}_{\text{air}} \cdot \Pi_{\text{air}} \cdot h_s^{\text{air}} - \dot{m}_e^{\text{eau}} h_e^{\text{eau}} - \dot{n}_{\text{air}} \cdot \Pi_{\text{air}} \cdot h_e^{\text{air}} \\ &= \dot{m}_{\text{eau}} (h_s^{\text{eau}} - h_e^{\text{eau}}) + \dot{n}_{\text{air}} \cdot \Pi_{\text{air}} (h_s^{\text{air}} - h_e^{\text{air}}) \end{aligned}$$

$$\rightarrow 0 = \underbrace{\dot{m}_{\text{eau}} \cdot \Delta h^{\text{eau}}}_{=\Delta \dot{H}_{\text{eau}}} + \underbrace{\dot{n}_{\text{air}} \cdot \Pi_{\text{air}} \cdot \Delta h^{\text{air}}}_{=\Delta \dot{H}_{\text{air}}}$$

car $\dot{W}_P + \dot{W}_h + \dot{Q} = \dot{\sigma}_{\text{tot}}$
pas de travail
thermostatique
adiabatique

$$\Delta \dot{H}_{\text{eau}} = \dot{m}_{\text{eau}} \cdot C_{\text{eau}} (T_{\text{eau},s} - T_{\text{eau},e})$$

6

nombre 1: $\gamma = \frac{R}{C_p}$

$$T_1 = \gamma^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_0 = \sqrt{\gamma} \cdot \frac{R}{C_p} T_0 = 416,85 \text{ K}$$

$$T_{\text{eau}} = \frac{\dot{m}_{\text{air}} \cdot C_{p,\text{air}} (T_1 - T_0)}{\dot{m}_{\text{eau}} \cdot C_{p,\text{eau}}} + T_{\text{eau}}^e = 315,75 \text{ K} = 42,6^\circ \text{C}$$

E-1:

(A) doit être une transformation très lente. Sans extérieur en permanence de température voisine à celle de l'eau.

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = \frac{\delta Q}{T_e} + \delta \sigma$$

← terme liés aux échanges avec l'environnement = S_e

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = \int \frac{\delta Q}{T_e} + \sigma \leftarrow \text{production d'entropie.}$$

$\sigma < 0$ transfo impossible.

$\sigma = 0$ transfo réversible.

$\sigma > 0$ transfo possible mais irréversible.

variation d'entropie: pression constante.

$$\Delta S = \int_{T_1(=20^\circ\text{C})}^{T_2(=80^\circ\text{C})} \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} \rightarrow \delta Q_{\text{rev}} = \delta Q_p = dH_p = m \cdot c_p \cdot dT$$

$$= \int_{293,15 = T_1}^{353,15 = T_2} m \cdot c_p \cdot dT \cdot \frac{1}{T}$$

$$= m \cdot c_p \cdot [\ln(T)]_{T_1}^{T_2}$$

$$= 1,4184 \cdot \ln \left| \frac{353,15}{293,15} \right|$$

$$= 0,779$$

$$S_e = \int \frac{\delta Q}{T_e} \quad \left. \begin{array}{l} p_{\text{ext}} \\ \text{donc } \delta Q = dH_p \\ = m c_p dT \end{array} \right\} = m c_p (T_2 - T_1)$$

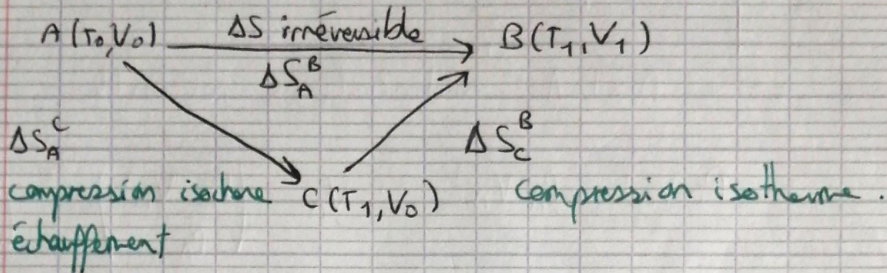
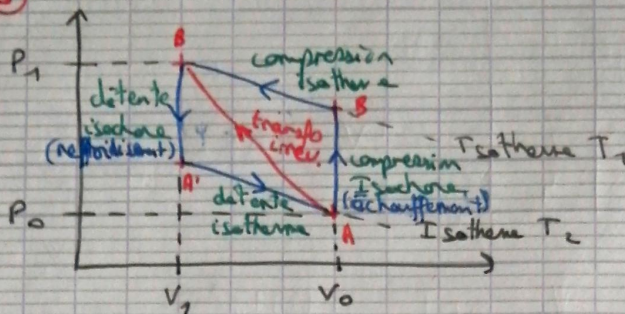
$$= 0,711 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\sigma = \Delta S - S_e$$

$$\sigma = 0,068 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$\sigma > 0$: transfo possible mais irréversible.

BLOC 2 ③
7



$$\begin{aligned}
 \Delta S_A^B &= \Delta S_A^C + \Delta S_C^B \\
 &= \int_{T_0}^{T_1} \frac{\delta Q_{rev}}{T} + \int_{V_0}^{V_1} \frac{\delta Q_{rev}}{T} \quad \text{isochore} \\
 &= \int_{T_0}^{T_1} \frac{n C_v dT}{T} + \int_{V_0}^{V_1} \frac{n R T \cdot dV \cdot \frac{1}{T}}{T} \quad \text{can GP.} \\
 &= n C_v \ln \left| \frac{T_1}{T_0} \right| + n R \ln \left| \frac{V_1}{V_0} \right| \\
 &= n R \cdot \frac{3}{2} \ln \left| \frac{T_1}{T_0} \right| + n R \ln \left| \frac{V_1}{V_0} \right| \\
 &= n R \left[\frac{3}{2} \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{V_1}{V_0} \right) \right] \quad \text{can } \frac{T_1}{T_0} > 0 \\
 &\quad \text{et } \frac{V_1}{V_0} > 0.
 \end{aligned}$$

E-2:

① $\Delta S = 0 \Leftrightarrow$ adiabatique réversible
 $\Leftrightarrow$ Isentrope

8

Point	T(K)	P(han)	V(m ³)
A	399,5	16	0,0472
B	399,5		
C	290,15	2	0,2742
D	290,15	4	0,1371

$$V_C = \frac{nRT_C}{P_C} = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_C}{P_C} = \frac{mRT_C}{P} \cdot \left(\frac{r}{R}\right) = \frac{1}{M}$$

$$V_C = \frac{mRT_C}{P} = 0,2742 \text{ m}^3$$

$$V_D = \frac{mRT_D}{P_D} = 0,1371 \text{ m}^3$$

entre D et A = adiabatique réversible.

$$P_D V_D^\gamma = P_A V_A^\gamma \Rightarrow V_A = \left(\frac{P_D \cdot V_D^\gamma}{P_A} \right)^{1/\gamma} = \left(\frac{P_D}{P_A} \right)^{1/\gamma} \cdot V_D$$

$$V_A = 0,0472 \text{ m}^3$$

$$T_A = \frac{P_A V_A}{mR} = \frac{16 \cdot 10^5 \cdot 0,0472}{1 \cdot 189} = 399,5 \text{ K}$$

isentrope $\Leftrightarrow$ adiabatique + réversible.

entre B et C $\Leftrightarrow P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma$

$$\Rightarrow P_B \cdot (m \cdot T_B)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \cdot P_B^{-\frac{\gamma}{1-\gamma}} = P_C V_C^\gamma$$

$$\Rightarrow P_B^{1-\gamma} (m \cdot T_B)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = P_C V_C^\gamma$$

$$\Rightarrow P_B = \left(\frac{P_C V_C^\gamma}{(m \cdot T_B)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

$$\Rightarrow P_B = \left(\frac{P_C V_C^\gamma}{(m \cdot T_B)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = 8 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 8 \text{ bar}$$

BLOC 2
9

$W_{\text{moteur}} = \text{système fournit de l'énergie,}$
 $W_{\text{moteur}} < 0$

$$W_{\text{cycle}} = \oint P_{\text{ext}} \cdot dV < 0$$

pas pour le
moment

$\oint P \cdot dV > 0$ dans le sens horaire.
 $\oint P \cdot dV < 0$: le sens horaire.

hypothèse
réversible

② Transfo A $\rightarrow$ B
détente isotherme

$$\Delta U = 0 = W_{p_1} + Q_1$$

$$W_{p_1} = -Q_1$$

$$W_{p_1} = - \int P_{\text{ext}} \cdot dV \quad \underbrace{\quad}_{= P_{\text{syst}} \text{ car réversible.}}$$

$$= - \int P_{\text{syst}} \cdot dV$$

$$= - \int \frac{m r T}{V} \cdot dV \quad \text{car GP.}$$

$$= - \int \frac{m r T_1}{V} \cdot dV \quad \underbrace{\quad}_{\text{isotherme à } T_1.}$$

$$= -m r T_1 \ln \left| \frac{V_B}{V_A} \right|$$

$$= -1 \times 189 \times 399,5 \cdot \ln \left(\frac{0,09439}{0,04720} \right)$$

$$W_{p_1} = -52328 \text{ J.}$$

$$Q_1 = 52328 \text{ J}$$

10

Transfo C → D :

compression isotherme.

adiabatique réversible.

$$W_{pe} = -nR T_2 \ln \left(\frac{V_D}{V_C} \right) = 38 \ 011 \text{ J}$$

Transfo B → C : Adiabatique réversible

$$\Delta U_3 = W_{p_3} + \cancel{Q_3}$$

↑

$$\int n \cdot c_v \cdot dT$$

$$\Delta U_3 = n C_v (T_C - T_B)$$

$$= n \cdot \frac{R}{\gamma - 1} \cdot (T_C - T_B) = \frac{n R T_C}{\gamma - 1} - \frac{n R T_B}{\gamma - 1}$$

$$= \frac{P_C V_C}{\gamma - 1} - \frac{P_B V_B}{\gamma - 1}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^5 \times 0,2742 - 8 \cdot 10^5 \times 0,09439}{1,3 - 1}$$

$$\Delta U_3 = -68 \ 915 \text{ J} = W_{p_3} \quad \text{et} \quad Q_3 = 0$$

Transfo D - A :

$$\Delta U_3 = \frac{P_A V_A}{\gamma - 1} - \frac{P_D V_D}{\gamma - 1} = 68 \ 915 \text{ J}$$

G-1.

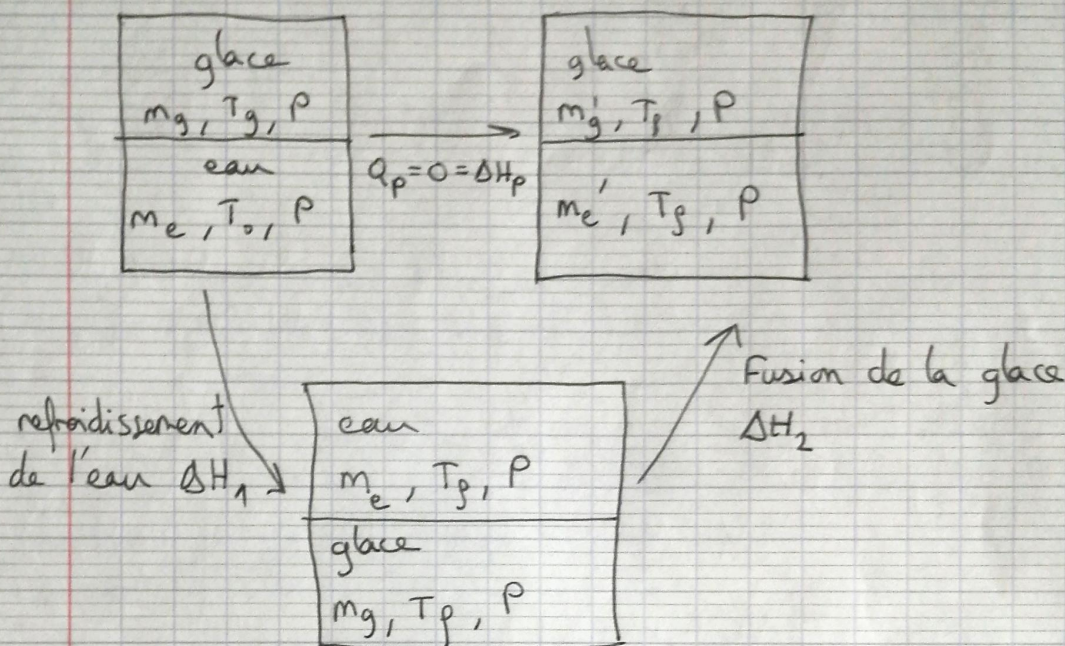
BLOC 3

1

2 possibilités :

* Cas 1 : il reste de la glace $\Rightarrow T_{\text{finale}} = 0^\circ\text{C}$

* Cas 2 : Toute la glace a fondu $0^\circ\text{C} < T < 20^\circ\text{C}$



$$\text{et } \Delta H_p = 0 = \Delta H_1 + \Delta H_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta H_1 = m_e c_{pe} (T_f - T_0) \\ \Delta H_2 = m_{\text{glace fondu}} \times L_f \\ \Delta H_1 + \Delta H_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow m_e c_{pe} (T_f - T_0) = -m_{\text{glace fondu}} \times L_f$$

$$\Rightarrow m_{\text{glace fondu}} = \frac{-m_e c_{pe} (T_f - T_0)}{L_f}$$

$$\underline{\text{AN}} : m_{\text{glace fondu}} = \frac{-1.418 (-20)}{335} = 0.24955 \text{ kg}$$

Req: si la masse est négative on admettra, on suppose que toute la glace est fondue (heureusement c'est pas le cas).

On va quand même le calculer mais inutile.

~~you file
next to be as~~

2

$du = \delta w + \cancel{\delta Q}$ $\rightarrow$ ou adiabatique ou calorifugé.

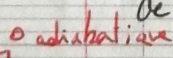
$$\Delta U = -P_{atm} [V_f - V_i]$$

important
mais calmer
on peut pas l'utiliser
ici

$$V_g = \downarrow$$

$$m_e \cdot v_{ear} + m_{glace} \cdot p_{in} \cdot v_{ear} + m_{glace} \cdot v_{glace}$$

$$\Delta u = 2,35 \text{ J}$$



~~$\frac{\int \delta Q}{T_e}$~~

$$\Delta S_1$$

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q_r}{T} = \frac{\Delta H}{T_g} = \frac{m \cdot L_g}{T_g} = \frac{0,24955 \cdot 335 \cdot 10^3}{273,15} = 306,05 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

BLOCC 3 6-2:

3 Etat A:

$$P_A = 1 \text{ bar}; T_A = 298 \text{ K}$$

$$P_A \rightarrow T_{L/V}^{\text{sat}} = 372,7 \text{ K}$$

liquide/vapeur

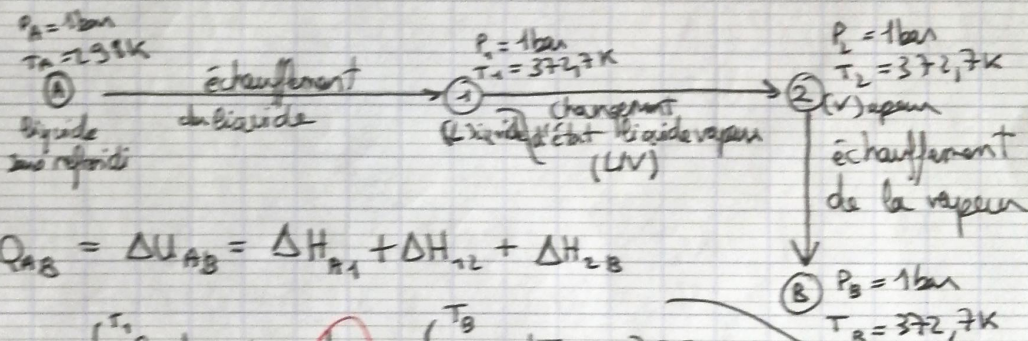
$$T_A < T_{L/V}^{\text{sat}} \Rightarrow \text{liquide sous refroidi.}$$

Etat B: $P_B = P_A = 1 \text{ bar}; T_B = 397 \text{ K}$

$$T_B > T_{L/V}^{\text{sat}} \Rightarrow \text{vapeur surchauffée}$$

$$Q_P = \Delta H_P$$

$$\begin{array}{ccc} P_A = 1 \text{ bar} & \xrightarrow[\text{élévation de } T]{\text{Transf. isobare}} & P_B = 1 \text{ bar} \\ T_A = 298 \text{ K} & & T_B = 397 \text{ K} \end{array}$$



$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = \Delta H_{A1} + \Delta H_{12} + \Delta H_{2B}$$

$$Q_{AB} = \int_{T_A}^{T_1} n C_p dT + m L_v + \int_{T_2}^{T_B} m C_p dT = 785,02 \text{ kJ}$$

$$W_{AB} = - \int_A^B P_{\text{ext}} dV = - P_{\text{ext}} (V_B - V_A) = (V_A - V_B) \cdot P_{\text{ext}}$$

$\uparrow$ ext: $P_{\text{ext}} = 1 \text{ bar}$

$\circ$ car d'après l'équation on néglige loi des GP

$$\Rightarrow W_{AB} = - P_{\text{ext}} \cdot V_B = - P_{\text{ext}} \frac{n R T_B}{P_B} = - 54968 \text{ J}$$

$= 955 \text{ m}^3$

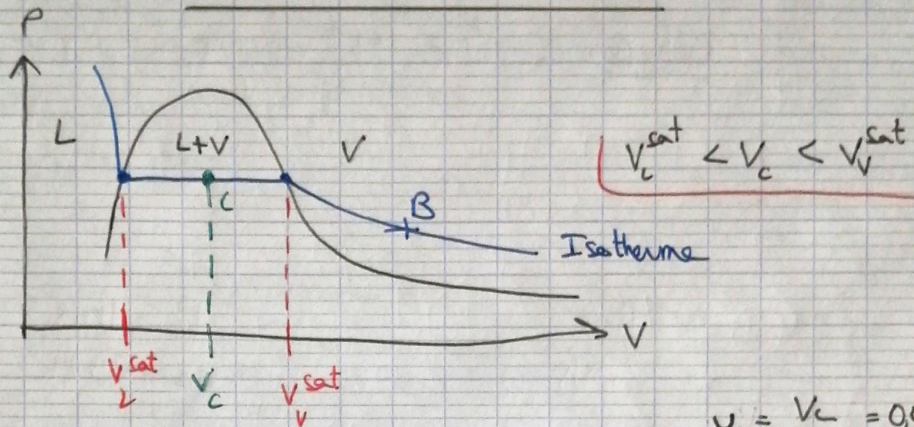
$$\Delta S = \int \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} \rightarrow dH_P$$

changement T° : $dH_P = m C_p dT$
 changement état: $\Delta H_P = m L_v$

$$\Delta S_{AB} = m c_p \ln \frac{T_A}{T_1} + \frac{m L_v}{T_1} + m c_p \ln \frac{T_B}{T_1} = 2,134 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$$

• Production d'entropie: $\sigma = \Delta S_{AB} - \frac{\Delta Q}{T_{\text{ext}}}$ $\rightarrow Q_{AB} = 785 \text{ kJ}$

$$\sigma = 156,9 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$



$B \begin{cases} P_B \\ T_B \\ V_B \end{cases}$	$\longrightarrow$	$C \begin{cases} P_c \\ T_c = T_B = 397 \text{ K} \\ V_c = 0,05 \text{ m}^3 \end{cases}$
---	-------------------	--

$$v_c = \frac{V_c}{m} = \frac{0,05}{0,3} = 0,167 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\cdot v_L^{\text{sat}} = 1063 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \quad P_c = 2,2 \text{ bar}$$

$$\cdot v_v^{\text{sat}} = \frac{v_{\text{vapor}}}{m} = \frac{1}{m} \cdot \frac{n R T_c}{P} = 0,83 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\begin{cases} v_c = x_v v_v^{\text{sat}} + x_L v_L^{\text{sat}} \\ x_v + x_L = 1 \end{cases}$$

$$v_c = x_v v_v^{\text{sat}} + (1 - x_v) \cdot v_L^{\text{sat}}$$

$$\Leftrightarrow v_c = x_v v_v^{\text{sat}} + v_L^{\text{sat}} - x_v v_L^{\text{sat}}$$

$$\Leftrightarrow v_c = x_v [v_v^{\text{sat}} - v_L^{\text{sat}}] + v_L^{\text{sat}}$$

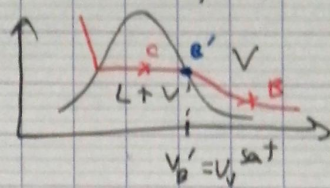
$$\Leftrightarrow \boxed{x_v} = \frac{v_c - v_L^{\text{sat}}}{v_v^{\text{sat}} - v_L^{\text{sat}}} = \boxed{0,2}$$

BLOC 3 $w_{BC} = - \int P_{ext} \cdot dV$

entre B et C réversible

$\Rightarrow P_{ext} = P_{syst}$

ainsi $w_{BC} = - \int P_{syst} \cdot dV$



$= w_{BB'} + w_{B'C}$

$P = cst = 2,2 \text{ bar}$

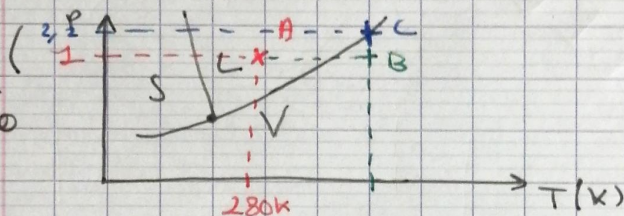
$= - \int_B^{B'} P_{syst} dV + \int_{B'}^C P_{syst} dV$

$= \int_{V_B}^{V_{B'}} - \frac{nRT}{V} dV + \int_{V_{B'}}^{V_C} - P_c \cdot dV$

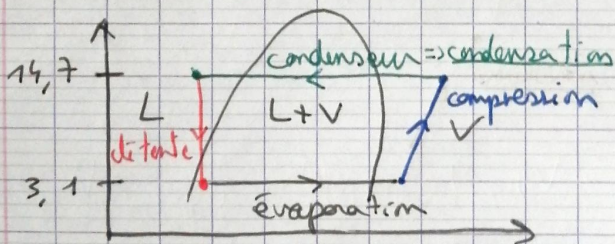
$= -nRT \ln\left(\frac{V_{B'}}{V_B}\right) - P_c (V_C - V_{B'})$ avec $V_{B'} = m \cdot v_v^{sat} = 0,25 \text{ m}^3$

$= 87340 \text{ J}$

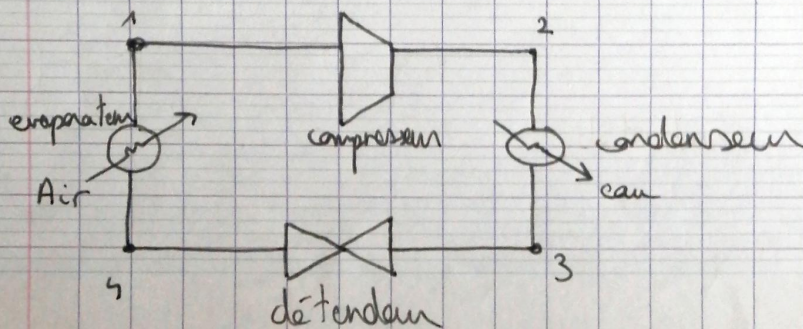
pas à l'échelle pour c'est cho



Exercice H1:



compresseur ne fonctionne que avec de la vapeur



6

BON COURAGE
BIENTOT LA FIN !!

Bloc 3
7

Point 1
entrée
compresseur

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 4^\circ\text{C} & P_1 &= 3,1 \text{ bar} \\ &\Rightarrow \text{vapeur surchauffée} \\ h_1 &= 304,587 \text{ J.kg}^{-1} \\ s_1 &= 2948,25 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \end{aligned}$$

Point 2
sortie
compresseur

$$\begin{aligned} \theta_2 &= 83^\circ\text{C} & P_2 &= 11,7 \text{ bar} \\ &\Rightarrow \text{vapeur surchauffée} \\ h_2 &= \\ s_2 &= \end{aligned}$$

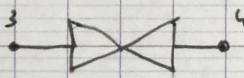
Point 3
entrée
détendeur

$$\begin{aligned} \theta_3 &= 50^\circ\text{C} & P_3 &= 11,7 \text{ bar} \\ &\Rightarrow \end{aligned}$$

Point 4
évaporateur
entrée

$$\begin{aligned} \theta_4 &= 1,6^\circ\text{C} & P_4 &= 3,1 \text{ bar} \\ &\Rightarrow \text{liquide} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_4 &= x_v h_{4,v}^{\text{sat}} + (1-x_v) h_{4,l}^{\text{sat}} \\ s_4 &= x_v s_{4,v}^{\text{sat}} + (1-x_v) s_{4,l}^{\text{sat}} \end{aligned}$$



$$\text{station} \Rightarrow \dot{m}_3 = \dot{m}_4$$

$$\dot{m}(h_4 - h_3) = 0 \Rightarrow h_4 = h_3 = 174,204 \text{ J.kg}^{-1}$$

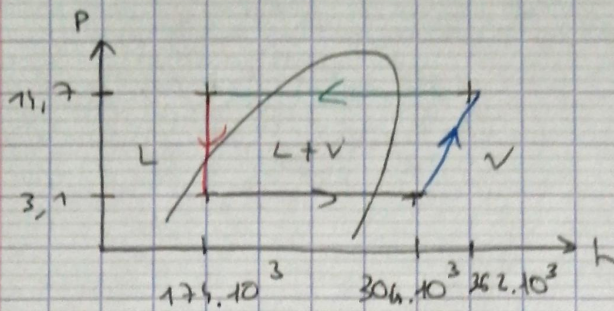
$$x_v = \frac{h_4 - h_{4,l}^{\text{sat}}}{h_{4,v}^{\text{sat}} - h_{4,l}^{\text{sat}}} = 0,36$$

$$s_4 =$$

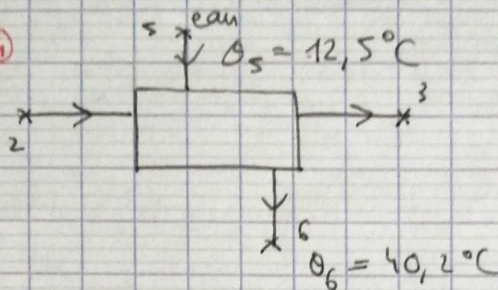
$$\begin{aligned} \dot{m}_4 \left(h_4 + \frac{1}{2} w_4^2 + g z_4 \right) - \dot{m}_3 \left(h_3 + \frac{1}{2} w_3^2 + g z_3 \right) \\ = \dot{w}_4 + \dot{w}_F + \dot{Q} \end{aligned}$$

de l'ordonnée
ne pourrait pas
de travail

8



④



BES = $\dot{m}_{\text{eau}}$?

$$\dot{m}_g (h_3 - h_2) + \dot{m}_{\text{eau}} (h_6 - h_5) = 0$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{\text{eau}} = 9,73 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\dot{s} = \sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e - \sum \frac{Q_j}{T_{e,j}}$$

Entropie massique

$$= (\dot{m}_g s_3 + \dot{m}_{\text{eau}} s_6) - (\dot{m}_g s_2 + \dot{m}_{\text{eau}} s_5) - \sum \frac{Q_j}{T_{e,j}}$$

$$= \dot{m}_g (s_3 - s_2) + \dot{m}_{\text{eau}} (s_6 - s_5)$$

$$\Delta s = \frac{\Delta S}{m} = \frac{1}{m} \int_{T_5}^{T_6} \frac{\delta Q_{\text{rév}}}{T} \rightarrow dH_p = m C_p dT$$

$$= \frac{1}{m} m C_p \ln \frac{T_6}{T_5}$$

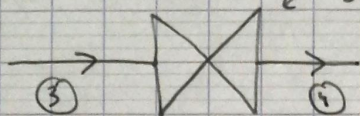
$$\Delta s = C_p \ln \frac{T_6}{T_5}$$

Bloc 3
g

$$\Rightarrow \dot{\sigma} = \dot{m}_g (\dot{s}_3 - \dot{s}_2) + \dot{m} c_p \ln \frac{\theta_6}{\theta_5}$$

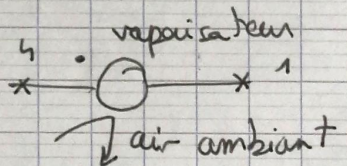
$$= 0,346 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

← isenthalpe ⇒ adiabatique.



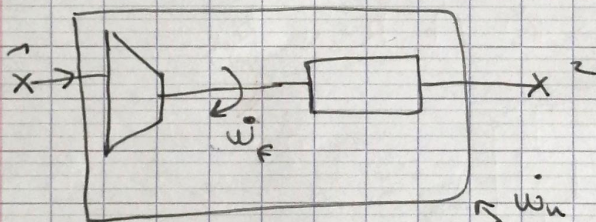
$$\dot{\sigma} = \dot{m}_g (\dot{s}_4 - \dot{s}_3)$$

$$= 0,150 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$



$$\dot{m}_g (h_1 - h_4) = \dot{Q} = 782,3 \text{ W}$$

$$\dot{\sigma} = \dot{m}_g (\dot{s}_1 - \dot{s}_4) - \frac{\dot{Q}}{T_{\text{env}}} = 0,177 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$



$$\dot{m}_g (h_2 - h_1) = \dot{w}_F + \dot{w}_u + \dot{Q}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_g (h_2 - h_1) - \dot{w}_u = -14,556 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_g (h_2' - h_1) - \dot{w}_u \Rightarrow \dot{w}_u = 498,28 \text{ W}$$

$$\dot{\sigma} = 0,47 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \dot{m}_g (\dot{s}_2 - \dot{s}_1) - \frac{\dot{Q}}{T_{\text{env}}}$$

(2°)

$$P_2' = 14,7 \text{ bar}$$

$$s_2' = s_1 = 2948,82 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

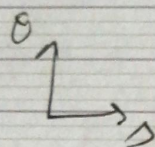
$$\Rightarrow h_2' = 337663 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Exercice H-2 :

hypothèse de l'exo.

- ① Pour une température donnée, tant le liquide à la m¹ h et s que le liquide saturé.

$$\theta_3 \in [260^\circ\text{C}, 280^\circ\text{C}]$$



T	260	280	← °C
s	1,5398	1,5813	
h	696,6	708,3	

$$\theta = as + b, [a, b] \in \mathbb{R}^2$$

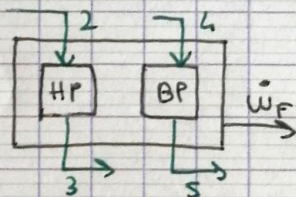
$$a = \left(\frac{\Delta s}{\Delta \theta} \right)^{-1} = \left(\frac{1,5813 - 1,5398}{708,3 - 696,6} \right)^{-1} = 1,88 \cdot 10^{-3}$$

$$s = x_v \cdot s^{v, \text{sat}} + (1 - x_v) s^{l, \text{sat}} \Rightarrow h = x_v h^{v, \text{sat}} + (1 - x_v) h^{l, \text{sat}}$$

$$\Rightarrow x_v = \frac{s_s - s^{l, \text{sat}}}{s^{v, \text{sat}} - s^{l, \text{sat}}} = 0,825$$

$$h_s = 510,17 \text{ kcal.kg}^{-1}$$

②



$$\eta \Rightarrow \dot{W}_f$$

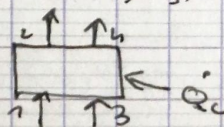
BES $\rightarrow \dot{m}$ ∇ signe $\dot{W}_f$

$$\dot{W}_f = -5914 \text{ kW}$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}_f}{(h_3 + h_5) - (h_2 + h_4)} = 3,9 \text{ kg.s}^{-1}$$

③

$$\eta_{\text{réel}} = \left| \frac{\dot{W}_a}{\dot{Q}_c} \right|$$



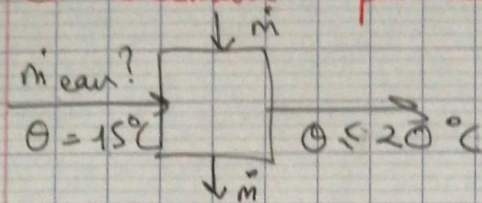
$$\text{BES} \Rightarrow \dot{Q}_c = 13714 \text{ kW}$$

$$\eta_{\text{réel}} = \frac{-5500}{13714} = 0,401$$

$$\eta = 1 - \frac{T_{\text{réel}}}{T_{\text{chaud}}} = 0,64$$

BLOC 3 ④ condenseur : pas de travail.

11



$$\Rightarrow m h_6 + \dot{m}_{eau} h_{eau} - (m h_5 + \dot{m}_{eau} h_{eau,e}) = \cancel{\dot{w}_p} + \cancel{\dot{w}_u} + \cancel{Q} = 0$$

$$\dot{m} (h_6 - h_5) + \dot{m}_{eau} (h_{eau,s} - h_{eau,e}) = 0$$

$$\dot{m}_{eau} c_p (\Theta_{eau}^s - \Theta_{eau}^e)$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{eau} = \frac{\dot{m} (h_5 - h_6)}{c_{p,eau} (\Theta_{eau}^s - \Theta_{eau}^e)} = 372,28 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$= 4,77 \text{ Baptiste} \cdot \text{s}^{-1}$$

FIN!!